

## ÜBUNGSBLATT 10B

### **Beispiel 1 (Homogene Differentialgleichung).**

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Randwertproblems

$$\begin{aligned}x''(t) - x(t) &= \cosh(t), \\x(0) &= 1, \\x(1) &= 0.\end{aligned}$$

### **Beispiel 2 (Differentialgleichung mit vorgegebenen Lösungen).**

Finden Sie Parameter  $a, b, c \in \mathbb{R}$  derart, daß die Differentialgleichung

$$ax''(t) + bx'(t) + cx(t) = 0$$

die Lösungen  $x(t) = e^{2t} \sin(t)$  und  $x(t) = 5e^{2t}(\cos(t) + \sin(t))$  besitzt.

### **Beispiel 3 (Beschränktheit).**

Bestimmen Sie, für welche Parameter  $a \in \mathbb{R}$  die Lösung  $x: [0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  der Differentialgleichung

$$x''(t) - 2ax'(t) + x(t) = 0 \text{ für alle } t \in ]0, +\infty[$$

mit den Anfangswerten  $x(0) = 0$  und  $x'(0) = 1$  beschränkt bleibt (das heißt, eine Zahl  $C > 0$  mit  $|x(t)| \leq C$  für alle  $t \in [0, +\infty[$  existiert).

### **Beispiel 4 (Differentialgleichung mit exponentieller Inhomogenität).**

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x''(t) - 2x'(t) + 3x(t) = e^{2t} \cos(t).$$

### **Beispiel 5 (Differentialgleichung mit einer Summe als Inhomogenität).**

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x''(t) + 2x'(t) + x(t) = te^{-t} + t^2.$$

### **Beispiel 6 (Differentialgleichung dritter Ordnung).**

Bestimmen Sie die Lösung  $x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  der Differentialgleichung

$$x'''(t) + x''(t) - x'(t) - x(t) = 0, \quad t \in \mathbb{R},$$

mit  $x(1) = 1$ ,  $x'(1) = 0$ ,  $x''(1) = -1$ .