

ÜBUNGSBLATT 10A

Beispiel 1 (Homogene lineare Differentialgleichung).

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x''(t) + 4x'(t) + 3x(t) = 0 \text{ für alle } t \in \mathbb{R}.$$

Beispiel 2 (Anfangswertproblem einer homogene lineare Differentialgleichung).

Bestimmen Sie die Lösung $x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ der Differentialgleichung

$$x''(t) + x'(t) - 6x(t) = 0 \text{ für alle } t \in \mathbb{R}$$

mit den Anfangsbedingungen

$$x(1) = 1 \text{ und } x'(1) = 2.$$

Beispiel 3 (Mehrfache Nullstelle des charakteristischen Polynoms).

Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$x''(t) - 4x'(t) + 4 = 0 \text{ für alle } t \in \mathbb{R},$$

die die Anfangsbedingungen

$$x(0) = 0 \text{ und } x'(0) = 1$$

erfüllt.

Beispiel 4 (Polynom als Inhomogenität).

Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$x''(t) + 3x'(t) - 4x(t) = 1 + t + t^2 \text{ für alle } t \in \mathbb{R},$$

$$x'(0) = 0,$$

$$x(0) = 2.$$

Beispiel 5 (Exponentialfunktion als Inhomogenität).

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$x''(t) - 6x'(t) + 9x(t) = e^{5t} \text{ für alle } t \in \mathbb{R},$$

$$x'(0) = 1,$$

$$x(0) = 0.$$

Beispiel 6 (Trigonometrische Funktion als Inhomogenität).

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x''(t) - 4x(t) = \cos(3t) \text{ für alle } t \in \mathbb{R}.$$