

ÜBUNGSBLATT 9A

Beispiel 1 (Separierbare Differentialgleichungen).

Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der Differentialgleichungen

(a) $x'(t) = e^{x(t)} \cos(t)$ und

(b) $x'(t) = (a^2 + t^2)(b^2 + x^2(t))$

für beliebige Parameter $a, b \in \mathbb{R}$.

Beispiel 2 (Anfangswertproblem).

Bestimmen Sie eine Lösung der Differentialgleichung

$$x'(t) = \frac{\sqrt{1 - x^2(t)}}{x(t)}$$

mit der Anfangsbedingung

$$x(1) = \frac{1}{2}.$$

Beispiel 3 (Substitutionsmethode).

Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der Differentialgleichungen

(a) $x'(t) = (t + x(t))^2$ und

(b) $(1 + t^2)x'(t) + t(x(t) - x^2(t)) = 0$.

Hinweis: Betrachten Sie die Funktion $y(t) := \frac{1}{x(t)}$.

Beispiel 4 (Substitutionsmethode für ein Anfangswertproblem).

Bestimmen Sie eine Lösung der Differentialgleichung

$$x'(t) = \frac{t - x(t)}{t + x(t)}$$

mit der Anfangsbedingung

$$x(0) = 1.$$

Beispiel 5 (Homogene Differentialgleichung).

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x'(t) = \frac{2t^3 + x^3(t)}{3tx^2(t)}.$$

Beispiel 6 (Variation der Konstanten).

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x'(t) + tx(t) = (1 + t)e^t.$$