Übungen zu Numerische Mathematik

Markus Grasmair & Nicolas Thorstensen

3. Übungsblatt, 2011

1. Zeigen sie, wenn $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ **invertierbar**, so ist die LR Zerlegung von A eindeutig.

2. Eine Matrix $A = (a_{ij})_{i,j} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ heißt *Tridiagonalmatrix*, wenn $a_{ij} = 0$ für $|i-j| > 1$. Das heißt, dass alle Einträge von A außerhalb der Hauptdiagonalen und der ersten Nebendiagonalen gleich Null sind. Sei nun $A = LR$ die LR-Zerlegung der Tridiagonalmatrix A (ohne Pivotsuche). Zeigen Sie, dass dann die Matrizen L und R ebenfalls Tridiagonalgestalt haben.

3. Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & -5 \\ -4 & 4 & 3 & -9 \\ -6 & 13 & -5 & -11 \\ 4 & 2 & -9 & 14 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} -11 \\ -23 \\ -39 \\ 37 \end{pmatrix}$$

   händisch mithilfe des Gauß-Algorithmus, und geben Sie die LR-Zerlegung der Matrix auf der linken Seite an. Insbesondere soll in jedem Lösungsschritt die jeweilige Matrix L_k angegeben werden.

4. Lösen Sie händisch das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 4 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

   Verwenden Sie dabei den Gauß-Algorithmus mit Spaltenpivotsuche.

5. Schreiben Sie ein MATLAB-Programm, das zu beliebiger LR-Zerlegung mit Dreiecksmatrizen L, $R \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und einem gegebenen Vektor $b \in \mathbb{R}^n$ die Gleichung $LRx = b$ mittels Vorwärts- und Rückwärtssubstitution löst.

6. Schreiben Sie ein MATLAB-Programm, das die LR-Zerlegung einer gegebenen Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ausgibt, sofern selbige existiert.