

## Zwischenprüfung

- *Erlaubtes Hilfsmittel:* Offizielles Script zur Vorlesung „Mathematik für Molekulare Biologen“. (Insbesondere sind keine Taschenrechner, Formelbücher oder eigene Notizen gestattet.)
  - *Prüfungsdauer:* 90 Minuten.
  - Bitte schreiben Sie dokumentecht und versehen jedes Blatt mit Ihrer Matrikelnummer.
  - Alle Antworten sind zu begründen.
  - Die Beispiele werden alle gleich gewichtet.
- 

1. (a) Bestimmen Sie alle Lösungen  $z \in \mathbb{C}$  der Gleichung

$$z^5 - z^4 - 5z^3 + 5z^2 + 6z - 6 = 0.$$

*Hinweis:* Die Gleichung ist für  $z = 1$  erfüllt.

- (b) Bestimmen Sie das Polynom kleinsten Grades, das eine zweifache Nullstelle bei 1 und eine einfache Nullstelle bei 2 hat und  $p(0) = 1$  erfüllt.
2. (a) Bestimmen Sie alle Lösungen  $z \in \mathbb{C}$  der Gleichung

$$z^3 = \frac{1}{1-i}.$$

- (b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Bisektionsverfahrens zwei rationale Zahlen  $a, b \in \mathbb{Q}$  mit Abstand  $b - a \leq \frac{1}{8}$ , so daß  $a < \sqrt{7} < b$  gilt.
3. Wir betrachten die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{für } x \neq 0, \\ 1 & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

- (a) In welchen Punkten ist  $f$  stetig?
- (b) An welchen Stellen ist  $f$  differenzierbar?

4. Berechnen Sie die Grenzwerte

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(x^2 + 2x)}{x^3},$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^3 + 6x^2 - 5x + 12}{x + 4}.$

5. Berechnen Sie die Integrale

(a)  $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2} dx,$

(b)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) \cos(x) \tan(x) dx.$

6. Bestimmen Sie die Nullstellen, die Singularitäten, die Extremalwerte und die Wendepunkte der (für reelle Punkte  $x$  außerhalb der Singularitäten) durch

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x - 1}$$

gegebenen Funktion  $f$ , und skizzieren Sie den Graphen von  $f$ .

—