

**MATHEMATIK FÜR MOLEKULARE BIOLOGEN,
SS2013
25. JUNI 2013**

12. ÜBUNGSBLATT (FREIWILLIG)

- (1) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung:

$$y'' + 6y' + 9y = 0$$

- (2) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems:

$$\begin{aligned}y'' - 2y' + 10y &= 0 \\ y(0) &= -1 \\ y'(0) &= 2\end{aligned}$$

- (3) Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$ und $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$

- (a) Erklären Sie die Polardarstellung komplexer Zahlen am Beispiel z_1 geometrisch.
- (b) Führen Sie die Multiplikation $z_1 \cdot z_2$ mit Hilfe der Polardarstellung aus.
- (c) Sei z eine allgemeine komplexe Zahl. Erklären Sie die Gültigkeit der Gleichung $|\bar{z}| = |z|$

- (4) (a) Berechnen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{x^2 + 3x - 10}$$

- (b) Wie lautet die Ableitung der Funktion:

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 2}}$$

- (c) Untersuchen Sie das folgende uneigentliche Integral (Hinweis: Substitution $\ln(x) = y$):

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln(x)} dx.$$

- (5) Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2x^2 - |x|$ mit dem Definitionsbereich $D = [-2, 5]$.
- (a) Überprüfen Sie, ob die Funktion an $x = 0$ differenzierbar ist.
 - (b) Geben Sie das Monotonieverhalten von $f(x)$ auf D an und bestimmen Sie alle lokalen Extrema von $f(x)$.
 - (c) Skizzieren Sie die Funktion.
- (6) Lösen Sie das Anfangswertproblem:

$$x'(t) = -5(x(t) - 6)$$

$$x(0) = 1$$

Beschreiben Sie das Langzeitverhalten.