

## Übungsblatt 10

### Differenzgleichungen

#### Aufgabe 1

Lösen Sie folgende Differenzgleichungen durch Iteration, d.h. durch iteriertes Einsetzen:

a)  $y_{t+1} = y_t + 1, y_0 = 1$

b)  $y_{t+1} = 3y_t, y_0 = 2$

#### Aufgabe 2

Lösen Sie folgende Differenzgleichungen und bestimmen Sie das Verhalten der Lösungen (konvergent, oszillierend, etc.):

a)  $y_{t+1} = 2y_t + 5, y_0 = 1$

b)  $y_{t+1} = -\frac{1}{4}y_t + 6, y_0 = 2$

c)  $y_{t+1} = y_t + 5, y_0 = 1$

#### Aufgabe 3

Berechnen Sie die allgemeine Lösung von  $\Delta y_t = y_t + 3$  und die spezielle Lösung, für die  $y_3 = 2$  gilt.

#### Aufgabe 4

Ein Vorrat verringert sich in jeder Periode um 10%. Er wird am Ende jeder Periode um den konstanten Betrag 200 ergänzt. Der Vorrat hat einen Anfangswert von 1000 Einheiten und soll verdoppelt werden. Wie lange dauert es, bis dieses Ziel zu 95% erreicht ist?

#### Aufgabe 5

Eine Walpopulation wird auf 1120 Individuen geschätzt. Durch Geburten und natürliche Sterberate ergibt sich ein jährlicher Zuwachs von 15%.

Stellen Sie die zugehörige Differenzgleichung auf und lösen Sie sie. Zeichnen Sie ein Schaubild. Welchen Einfluss hat eine Fangquote von 120 bzw. 200 Tieren jährlich auf die Gesamtpopulation? Warum? Gibt es eine Fangquote, bei der die Gesamtpopulation konstant bleibt?

### Aufgabe 6

Lösen Sie folgende Differenzengleichung:  $y_{t+2} - y_t = 0, y_0 = 1, y_1 = 2$ .

### Aufgabe 7

Lösen Sie folgende Differenzengleichungen:

a)  $4y_n - 4y_{n-1} + y_{n-2} = 2$

b)  $y_n - 2y_{n-1} + y_{n-2} = 3$

### Aufgabe 8

Lösen Sie folgende Differenzengleichungen:

a)  $y_n - 5y_{n-1} + 6y_{n-2} = 2$

b)  $y_n - 3y_{n-1} + 2y_{n-2} = 1$

### Aufgabe 9

Lösen Sie folgende Differenzengleichung:

$$y_n - 3y_{n-1} + 2y_{n-2} = 0, y_0 = 2, y_1 = 3$$

### Aufgabe 10

Lösen Sie folgende Differenzengleichung:

$$y_n + 2y_{n-1} + 2y_{n-2} = 0, y_0 = 0, y_1 = -1$$