

Name:

---

Matrikelnummer:

Studienkennzahl:

---

### 3. Klausur Numerische Mathematik

13. Dezember 2011

1. Sei  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  eine positiv definite, hermitesche Matrix mit Cholesky-Zerlegung  $A = LL^*$ . Zeigen Sie, dass

$$\text{cond}_2(L^*) \cdot \text{cond}_2(L) = (\text{cond}_2(L))^2 = \text{cond}_2(A).$$

2. Führen Sie jeweils zwei Schritte des Gesamtschritt- und des Einzelschrittverfahrens zur Lösung des Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

mit Startwert  $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$  durch.

3. Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

mittels LR-Zerlegung und Vorwärts- bzw. Rückwärtssubstitution.

4. Sei  $\hat{x}$  eine doppelte Nullstelle der beliebig oft stetig differenzierbaren Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Es gelte  $f''(\hat{x}) \neq 0$ . Zeigen Sie, dass die Iteration

$$x_{k+1} = x_k - 2 \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

lokal quadratisch gegen  $\hat{x}$  konvergiert.