

Zwischenprüfung

- *Erlaubtes Hilfsmittel:* Offizielles Script zur Vorlesung „Mathematik für Molekulare Biologen“. (Insbesondere sind keine Taschenrechner, Formelbücher oder eigene Notizen gestattet.)
 - *Prüfungsdauer:* 90 Minuten.
 - Bitte schreiben Sie dokumentecht und versehen jedes Blatt mit Ihrer Matrikelnummer.
 - Alle Antworten sind zu begründen.
 - Die Beispiele werden alle gleich gewichtet.
-

1. (a) Bestimmen Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der Gleichung

$$z^5 - z^4 - 5z^3 + 5z^2 + 6z - 6 = 0.$$

Hinweis: Die Gleichung ist für $z = 1$ erfüllt.

- (b) Bestimmen Sie das Polynom kleinsten Grades, das eine zweifache Nullstelle bei 1 und eine einfache Nullstelle bei 2 hat und $p(0) = 1$ erfüllt.
2. (a) Bestimmen Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der Gleichung

$$z^3 = \frac{1}{1 - i}.$$

- (b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Bisektionsverfahrens zwei rationale Zahlen $a, b \in \mathbb{Q}$ mit Abstand $b - a \leq \frac{1}{8}$, so daß $a < \sqrt{7} < b$ gilt.
3. Wir betrachten die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{für } x \neq 0, \\ 1 & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

- (a) In welchen Punkten ist f stetig?
- (b) An welchen Stellen ist f differenzierbar?

4. Berechnen Sie die Grenzwerte

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(x^2 + 2x)}{x^3},$

(b) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^3 + 6x^2 - 5x + 12}{x + 4}.$

5. Berechnen Sie die Integrale

(a) $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2} dx,$

(b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) \cos(x) \tan(x) dx.$

6. Bestimmen Sie die Nullstellen, die Singularitäten, die Extremalwerte und die Wendepunkte der (für reelle Punkte x außerhalb der Singularitäten) durch

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x - 1}$$

gegebenen Funktion f , und skizzieren Sie den Graphen von f .

—